

7. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ МЕХАНИКА

Правило сложения скоростей: $v = \frac{v' + V}{1 + \frac{v'V}{c^2}}$, где v, v' - скорости в двух

инерциальных системах координат, движущихся относительно друг друга со скоростью V .

Лоренцово сокращение длины и замедление хода движущихся часов:

$$\ell = \ell_0 \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}, \Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \text{ где } \ell_0 - \text{собственная длина, } \Delta t_0 -$$

собственное время движущихся часов.

Релятивистская масса и релятивистский импульс:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, p = \frac{m_0 V}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \text{ где } m_0 - \text{масса покоя частицы.}$$

Полная и кинетическая энергии релятивистской частицы:

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, T = E - E_0, \text{ где } E_0 = m_0 c^2 - \text{энергия покоя частицы.}$$

7.1. Объём воды в океане составляет $V = 1,37 \cdot 10^9 \text{ км}^3$. На сколько изменится масса воды в океане, если повысить ее температуру на 1°C .

Плотность морской воды $\rho = 1030 \text{ кг/м}^3$. Ответ: $\Delta m = 6,59 \cdot 10^7 \text{ кг}$.

7.2. Отношение заряда движущегося электрона к его массе, определенное из опыта $q/m = 0,88 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$. Определите релятивистскую массу электрона и его скорость. Ответ: $m = 2m_0$; $v = 0,87c$.

7.3. В лабораторной системе отсчета одна из двух одинаковых частиц с массой m_0 покоится, другая движется со скоростью $v = 0,8c$ по направлению к покоящейся частице. Определите релятивистскую массу

движущейся частицы в лабораторной системе отсчета и ее кинетическую энергию. Ответ: $m=1,67 m_0$; $E=0,67 m_0 c^2$.

7.4. Электрон движется со скоростью $v=0,6c$. Определите его релятивистский импульс и кинетическую энергию E . Ответ: $p=2,05 \cdot 10^{-22} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$; $E=0,128 \text{ МэВ}$.

7.5. Импульс p релятивистской частицы равен $m_0 c$ (m_0 -масса покоя). Определите скорость частицы v в долях скорости света и отношение массы движущейся частицы к ее массе покоя m/m_0 . Ответ: $v=0,71c$; $m/m_0=1,41$.

7.6. Полная энергия α -частицы возросла в процессе ускоренного движения на $\Delta E=56,4 \text{ МэВ}$. На сколько при этом изменится масса частицы? С какой скоростью движется частица? Массой покоя α -частицы $m_0=4 \text{ а.е.м.}$ Ответ: $\Delta m=1,5 m_0$; $v=0,917c$.

7.7. Предположим, что мы можем измерить длину стержня с точностью $\Delta l=0,1 \text{ мкм}$. При какой относительной скорости u двух инерциальных систем отсчета можно было бы обнаружить релятивистское сокращение длины стержня, собственная длина которого $l_0=1 \text{ м}$? Во сколько раз изменится масса стержня, при движении его с рассчитанной скоростью u относительно неподвижной системы отсчета? Ответ: $u=134 \text{ км/с}$; $m/m_0=1,114$.

7.8. Собственное время жизни некоторой нестабильной частицы $\tau_0=10 \text{ нс}$. Найти скорость частицы и путь, который пролетит эта частица до распада, в лабораторной системе отсчета, где время её жизни $\tau=20 \text{ нс}$. Ответ: $v=0,87c$; $S=5,2 \text{ м}$.

7.9. μ - мезон, рождённый в верхних слоях земной атмосферы, движется со скоростью $V=0,99c$ относительно земли и пролетает от места своего рождения до точки распада расстояние $l=3 \text{ км}$. Определить собственное время жизни этого мезона и расстояние, которое он пролетит в этой системе отчёта «с его точки зрения». Ответ: $\tau_0=1,4 \text{ мкс}$; $l_0=420 \text{ м}$.

7.10. Два стержня одинаковой собственной длины l_0 движутся в продольном направлении навстречу друг другу параллельно общей оси с одной и той же скоростью $v=0,8c$ относительно лабораторной системы отсчёта. Во сколько раз длина каждого стержня l в системе отсчёта, связанной с другим стержнем, отличается от собственной длины? Ответ: $l_0/l=4,6$.

7.11. На космическом корабле-спутнике находятся часы, синхронизированные до полета с земными. Скорость спутника $v=7,9 \text{ км/с}$. На сколько отстанут часы на спутнике по измерениям земного наблюдателя за промежутки времени $0,5 \text{ года}$. Как отличаются значения кинетической энергии спутника, если расчет провести по классической и

релятивистской формулам? Масса покоя спутника составляет 10 тонн.
Ответ: $\tau = 5,4 \cdot 10^{-3}$ с; не отличаются.

7.12. Какая относительная погрешность будет допущена, если расчёт импульса частицы, движущейся со скоростью: 1) 10 км/с, 2) 10^3 км/с, 3) 10^5 км/с, 4) 0,9с. Произвести в рамках классической механики?
Ответ: 1) $p_{\text{рел}}/p_{\text{класс}} = 1$; 2) $p_{\text{рел}}/p_{\text{класс}} = 1$; 3) $p_{\text{рел}}/p_{\text{класс}} = 1,06$; 4) $p_{\text{рел}}/p_{\text{класс}} = 2,3$.

7.13. Какую работу необходимо совершить, чтобы скорость частиц, с массой покоя m_0 , изменилась от 0,6с до 0,8с? Сравнить полученный результат со значением работы, вычисленным по классической формуле. Ответ: $A_{\text{рел}} = 0,417 m_0 c^2$; $A_{\text{класс}} = 0,14 m_0 c^2$.

7.14. Фотонная ракета движется относительно земли с такой скоростью, что по часам наблюдателя на Земле, ход времени в ней замедляется в 1,25 раз. Какую часть от скорости света составляет скорость движения ракеты? На сколько изменятся ее линейные размеры в направлении движения, если первоначально длина ракеты составляла 35м? Ответ: $v = 0,6с$; $\Delta l = 7\text{м}$.

7.15. Частица с массой покоя m_0 в момент времени $t = 0$ начинает двигаться под действием постоянной силы F . Найти зависимость скорости V частицы от времени t . Построить качественно график $V(t)$.

Ответ:
$$V = \left[\left(\frac{m_0}{Ft} \right)^2 + \frac{1}{c^2} \right]^{-\frac{1}{2}}.$$

7.16. Импульс релятивистского электрона равен $3 \cdot 10^{-22}$ кг·м/с. Найти кинетическую энергию этого электрона. Ответ: $E = 0,25$ мэВ.

7.17. Собственное время жизни μ - мезона равно $\tau_0 = 2$ мкс. От точки рождения до точки распада мезон пролетает относительно земли расстояние 6 км. С какой скоростью двигался мезон? Ответ: $v = 0,995с$.

7.18. Кинетическая энергия ускоряемого протона возросла до $3 \cdot 10^{-10}$ Дж. Во сколько раз изменилась при этом масса протона? Какова скорость протона? Ответ: $m/m_0 = 3$; $v = 2,8 \cdot 10^8$ м/с.

7.19. Две релятивистские частицы движутся в лабораторной системе отсчета со скоростями $v_1 = 0,6с$ и $v_2 = 0,9с$ вдоль одной прямой. Определите их относительную скорость в двух случаях: 1) частицы движутся в противоположных направлениях, 2) частицы движутся в одном направлении. Чему равна кинетическая энергия первой частицы в системе отсчета связанной со второй, если первая частица - протон? Ответ: 1) $v = 0,974с$, $E_{1,2} = 510$ пДж; 2) $v = 0,195с$, $E_{1,2} = 300$ пДж.

7.20. С какой скоростью (в долях от скорости света) должен двигаться электрон, чтобы его масса возросла на $6 \cdot 10^{-31}$ кг. Какую кинетическую энергию имеет электрон при такой скорости? Ответ: $v = 0,8с$; $E = 0,34$ МэВ.

7.21. Кинетическая энергия движущегося тела в 2 раза превышает энергию покоя. Во сколько раз уменьшается при этом видимый размер тела в направлении движения? Какова скорость тела? Ответ: $l_0/l=3$; $v=0,94c$.

7.22. Масса движущейся частицы увеличилась в 1,5 раза. Какую скорость имеет частица? Какая относительная ошибка будет допущена, если кинетическую энергию частицы в этих условиях рассчитывать классическим образом? Ответ: $v=0,75c$; $\Delta E/E_{\text{рел}}=0,44$.

7.23. Электрон ускорен в электрическом поле с разностью потенциалов $U=106$ В. Вычислить скорость электрона и его кинетическую энергию методами: 1) классической механики, 2) релятивистской механики. Оценить полученные данные. Ответ: 1) $v=6 \cdot 10^8$ м/с; $E=10^6$ эВ. 2) $v=0,94c$; $E=10^6$ эВ.

7.24. Электрон в ускорителе прошёл ускоряющую разность потенциалов $U=102$ кВ. Во сколько раз увеличилась масса частицы? Вычислите его кинетическую энергию. Ответ: $m/m_0=1,2$; $1,6 \cdot 10^{-14}$ Дж.

7.25. Первоначально кинетическая энергия релятивистской частицы была равна ее энергии покоя, а затем при ускоренном движении возросла в 4 раза. Во сколько возрастет при этом импульс частицы? С какой скоростью (в долях скорости света) двигалась частица первоначально? Ответ: $p_2/p_1=2,84$; $v=0,87c$.